COMPRENDRE · S'ENTRAÎNER · REPRENDRE

Option mathématiques : fonctions, dérivées et variations

Des explications, des applications et des corrections pour préparer votre concours.

AAE Intérieur, examen professionnel B vers A, session 2027 : début des oraux au 7 décembre 2026 confirmé sur la page ministérielle le 2 novembre. Calendrier et repères du coach uniquement ; RAEP du 9 novembre conservé.

Ce document conserve la version indiquée en pied de page. Les exercices sont des créations pédagogiques, distinctes des annales officielles. Consultez la notice de votre session pour ses règles et ses échéances.

Option DGFiP · Mathématiques · 18 min

Option mathématiques : fonctions, dérivées et variations

Étudier une fonction avec son domaine, sa dérivée, ses variations et une vérification graphique.

À la fin de cette fiche

- Étudier une fonction avec son domaine, sa dérivée, ses variations et une vérification graphique.
- Résoudre le cas proposé et expliquer votre raisonnement sans le cours.

Définir l'objet étudié

Une fonction associe à chaque élément de son domaine une image unique. Le domaine compte : 1/x exclut 0 ; la racine carrée réelle de x exige $x \geq 0$. Sur un graphique, distinguez abscisse, ordonnée, antécédent et image. Une fonction affine $f(x)=ax+b$ a une variation liée au signe de a. La parité se vérifie sur un domaine symétrique : $f(-x)=f(x)$ pour une fonction paire, $f(-x)=-f(x)$ pour une impaire.

Calculer des dérivées usuelles

La dérivée de x carré est 2x ; celle de x cube 3x carré ; celle de 1/x est $-1/x$ carré sur son domaine ; celle de exp(x) est exp(x). La dérivée d'une somme est la somme des dérivées. Pour une fonction affine ax+b, elle vaut a. Au point a où la fonction est dérivable, la tangente a pour équation $y=f(a)+f'(a)(x-a)$. La dérivée mesure une variation locale, pas le niveau de la fonction.

Passer du signe aux variations

Sur un intervalle où les conditions usuelles sont remplies, une dérivée positive indique une fonction croissante, négative une décroissante. Un zéro de dérivée est un point à examiner, pas toujours un extremum : x cube a une dérivée nulle en 0 mais reste croissante. Étudiez les signes de part et d'autre et les bornes du domaine. Pour une fonction factorisée, un tableau de signes aide à résoudre une inéquation ; il doit respecter les valeurs interdites.

Exemple complet

Pour $f(x)=x^2-4x+3$, $f'(x)=2x-4$. La dérivée est négative avant 2, nulle en 2 et positive après : f décroît puis croît. Le minimum vaut $f(2)=-1$. La factorisation $f(x)=(x-1)(x-3)$ donne les zéros 1 et 3. Au point d'abscisse 1, $f(1)=0$ et $f'(1)=-2$: tangente $y=-2(x-1)$. Un croquis doit être cohérent avec racines, minimum et variations.

À vous de jouer

Étudiez $g(x)=x^2-6x+5$: dérivée, variations, minimum et racines. Donnez l'équation de la tangente en x=1. Justifiez chaque étape avant de consulter la correction.

Correction · raisonnement détaillé

$g'(x)=2x-6$, négative pour $x<3$ et positive pour $x>3$. g décroît jusqu'à 3 puis croît ; $g(3)=9-18+5=-4$. $g(x)=(x-1)(x-5)$, donc racines 1 et 5. $g(1)=0$, $g'(1)=-4$, tangente $y=-4(x-1)=-4x+4$. Le minimum est sous l'axe et situé entre les racines, ce qui fournit un contrôle du croquis.

Vérifier votre réponse

Vous précisez le domaine, le signe de la dérivée et les valeurs ; un résultat sans justification ne suffit pas.

À retenir

• La dérivée renseigne sur les variations, avec les conditions du domaine.

• Une dérivée nulle n'est pas à elle seule la preuve d'un extremum.

Vérifiez vos connaissances

1. Quelle dérivée pour x carré −6x+5 ?

A. x−6

B. 2x+5

C. 2x−6

D. x carré −6

Correction : C
La dérivée de x carré vaut 2x, celle de −6x vaut −6 et celle de la constante 0.

2. Quel minimum pour x carré −6x+5 sur les réels ?

A. 3, atteint en x=−4

B. −4, atteint en x=3

C. 0, atteint en x=1 uniquement

D. 5, atteint en x=0

Correction : B
La dérivée change de négative à positive en 3 ; la valeur est −4. Les racines ne sont pas le minimum.

3. Quel est le domaine réel de 1/x ?

A. Tous les réels sans exception

B. Tous les réels sauf 0

C. Seulement 0

D. Seulement les entiers

Correction : B
La division par zéro est interdite. Les valeurs négatives et non entières restent autorisées.

4. f’(a)=0 suffit-il à prouver un maximum ou minimum ?

A. Oui, toujours un maximum

B. Oui, toujours un minimum

C. Oui, la fonction devient constante partout

D. Non, il faut notamment examiner le comportement autour du point

Correction : D
x cube constitue un contre-exemple en 0. Le changement de signe et le contexte du domaine doivent être étudiés.

Références

DGFiP — programme réglementaire du concours externe rénové (arrêté du 1er juillet 2024)

www.legifrance.gouv.fr